

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.В.08 Элементы общей алгебры и дискретной  
математики

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.04.01 Математика

Направленность (профиль)

01.04.01.02 Алгебра, логика и дискретная математика

Форма обучения

очная

Год набора

2021

Красноярск 2022

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили \_\_\_\_\_

Доктор физико-математических наук, Доцент, Кравцова Ольга

Вадимовна

должность, инициалы, фамилия

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Целью дисциплины «Элементы общей алгебры и дискретной математики» является знакомство студентов со следующими разделами общей алгебры и дискретной математики: полугруппы, группы, кольца, конечные поля, квазиполя.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

Дисциплина «Элементы общей алгебры и дискретной математики» предполагает формирование у студентов определённых знаний, умений и навыков.

По окончании курса студент должен

знать: основные факты изучаемых теорий и содержательные примеры,

уметь: применять методы теории решёток, групп и полей к решению прикладных задач,

владеть: основными понятиями и методами интерпретации перечисленных теорий.

Полученные навыки, знания и умения помогут выпускникам, в частности, в условиях развития информационных технологий быстро и профессионально ориентироваться в новых подходах, которые возникают в связи с увеличением возможностей вычислительной техники. Возрастающие возможности вычислительной техники порождают новые концепции и подходы в системе учёта, хранения, обработки, преобразования информации. Поэтому курс построен так, что помимо конкретных базовых знаний, студенту предлагаются некоторые схемы и методики, которые помогут развить самостоятельные навыки в изучении нового материала. Это позволяет студенту повысить профессиональный кругозор, а преподавателю моделировать реальные ситуации, которые могут возникнуть при переходе студента от учёбы к практической деятельности.

### 1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
<b>ПК-1: Способен применять в научно-исследовательской деятельности знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий</b>	
ПК-1.1: Обладает достаточными фундаментальными теоретическими и практическими знаниями математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	Какие исследовательские вопросы стоят в рамках данной дисциплины Самостоятельно освоить темы дисциплины, углубляющие и детализирующие содержание лекционных и семинарских занятий Методами решения задач и проблем, входящими в рамки данной дисциплины

для проведения в конкретной области профессиональной деятельности	
ПК-1.2: Решает научные задачи в соответствии с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой	<p>Основные теории становления и методы изучаемой дисциплины</p> <p>Применять знания и методы к решению задач в научно-исследовательской деятельности</p> <p>Основными методами и программными продуктами для достижения поставленной цели</p>

#### **1.4 Особенности реализации дисциплины**

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	е
		1
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>1,06 (38)</b>	
занятия лекционного типа	0,53 (19)	
практические занятия	0,53 (19)	
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>0,94 (34)</b>	
курсовое проектирование (КП)	Нет	
курсовая работа (КР)	Нет	

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

№ п/п		Модули, темы (разделы) дисциплины		Контактная работа, ак. час.								
				Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.		
						Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы				
				Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	
<b>1. Модуль I.</b>												
		1. Алгебраическая система и ее подсистемы. Основные алгебраические системы с одной и двумя бинарными операциями (группоид, группа, полугруппа и лупа; кольцо, поле, полуполе и квазиполе). Кольцо Ли. Алгебры. Циклические (однопорожденные) группы.		2								
		2. Смежные классы группы по подгруппе и их основное свойство. Теорема Лагранжа о связи порядков конечной группы и ее подгруппы. Группы без нетривиальных подгрупп.		1								
		3. Циклические подгруппы и порядки элементов группы. Теоремы о об описании циклических групп и их подгрупп.		1								
		4. Нормальная подгруппа группы и фактор-группа. Простая группа. Идеалы колец и алгебр, фактор-кольца и фактор-алгебры. Простое кольцо.		1								

5. Гомоморфизм, эндоморфизм, изоморфизм и автоморфизм алгебраической системы. Теоремы о гомоморфизмах групп и колец.	1							
6. Прямое произведение групп (внешнее и внутреннее). Неразложимость примарных циклических групп и разложимость циклических групп непримарных порядков.	1							
7. Конечно порожденная абелева группа: теорема о разложимости в прямое произведение бесконечных и примарных циклических подгрупп и инвариантах, теорема о подгруппах. Перечисление неизоморфных конечных абелевых групп с помощью инвариантов.	1							
8. Обращение теоремы Лагранжа для конечных абелевых групп. Теоремы Силова и доказательство частного случая (теорема Коши). Нетривиальность центра конечной $p$ -группы. Описание групп порядков $p$ , $p^2$ , $pq$ .	2							
9. Алгебраическая система и ее подсистемы. Основные алгебраические системы с одной и двумя бинарными операциями ( группоид, группа, полугруппа и лупа; кольцо, поле, полуполе и квазиполе). Кольцо Ли. Алгебры. Циклические (однопорожденные) группы.			2					
10. Смежные классы группы по подгруппе и их основное свойство. Теорема Лагранжа о связи порядков конечной группы и ее подгруппы. Группы без нетривиальных подгрупп.			1					
11. Циклические подгруппы и порядки элементов группы. Теоремы о об описании циклических групп и их подгрупп.			1					

12. Нормальная подгруппа группы и фактор-группа. Простая группа. Идеалы колец и алгебр, фактор-кольца и фактор-алгебры. Простое кольцо.			1					
13. Гомоморфизм, эндоморфизм, изоморфизм и автоморфизм алгебраической системы. Теоремы о гомоморфизмах групп и колец.			1					
14. Прямое произведение групп (внешнее и внутреннее). Неразложимость примарных циклических групп и разложимость циклических групп непримарных порядков.			1					
15. Конечно порожденная абелева группа: теорема о разложимости в прямое произведение бесконечных и примарных циклических подгрупп и инвариантах, теорема о подгруппах. Перечисление неизоморфных конечных абелевых групп с помощью инвариантов.			1					
16. Обращение теоремы Лагранжа для конечных абелевых групп. Теоремы Силова и доказательство частного случая (теорема Коши). Нетривиальность центра конечной $p$ -группы. Описание групп порядков $p$ , $p^2$ , $pq$ .			2					
17. Модуль I.							16	
<b>2. Модуль II.</b>								
1. Конечнопорожденные и главные идеалы ассоциативно коммутативных колец с единицей. Евклидово кольцо. Евклидовость кольца $Z$ целых чисел и кольца $K[x]$ многочленов от одной переменной над полем $K$ , однопорожденность и описание их идеалов.	1							



2. Конечнопорожденные и главные идеалы ассоциативно коммутативных колец с единицей. Евклидово кольцо. Евклидовость кольца $Z$ целых чисел и кольца $K[x]$ многочленов от одной переменной над полем $K$ , однопорожденность и описание их идеалов.	1							
3. Описание неприводимых многочленов над полями комплексных и вещественных чисел. Теорема о минимальном подполе произвольного поля.	1							
4. Характеристика поля. Теорема Евклида о бесконечности числа простых чисел.	1							
5. Лемма о представлении поля линейным пространством над любым своим подполем. Существование неприводимого многочлена над полем $Z_p$ любой наперед заданной степени. Примарность порядка конечного поля.	1							
6. Теорема об изоморфизме произвольного конечного поля $P$ полю $K_f[x]$ для некоторого $K=Z_p$ . Цикличность мультипликативной группы конечного поля, теоремы об его подполях и автоморфизмах.	1							
7. Построение полей порядков 4,8, 16 и квазиполей порядка 9 с помощью таблиц Кэли.	1							
8. Нетеровы кольца. Теорема Гильберта о базисе кольца $K[X]$ многочленов от $n$ переменных $\square(x_1, \dots, x_n)=X$ над нетеровым кольцом $K$ .	1							
9. Кольцо $K[X]$ над алгебраически замкнутым полем $K$ , аффинное пространство $K^n$ и его аффинные многообразия. Топология Зарисского на аффинном пространстве $K^n$ .	1							

10. Конечнопорожденные и главные идеалы ассоциативно коммутативных колец с единицей. Евклидово кольцо. Евклидовость кольца $Z$ целых чисел и кольца $K[x]$ многочленов от одной переменной над полем $K$ , однопорожденность и описание их идеалов.			1					
11. Фактор-кольцо $Z_n$ кольца $Z$ и фактор-кольцо $K_f[x]$ кольца $K[x]$ многочленов над полем по модулю идеала $(f)=fK[x]$ для многочлена $f(x)$ ; условие для них являться полем.			1					
12. Описание неприводимых многочленов над полями комплексных и вещественных чисел. Теорема о минимальном подполе произвольного поля.			1					
13. Характеристика поля. Теорема Евклида о бесконечности числа простых чисел.			1					
14. Лемма о представлении поля линейным пространством над любым своим подполем. Существование неприводимого многочлена над полем $Z_p$ любой наперед заданной степени. Примарность порядка конечного поля.			1					
15. Теорема об изоморфизме произвольного конечного поля $P$ полю $K_f[x]$ для некоторого $K=Z_p$ . Цикличность мультипликативной группы конечного поля, теоремы об его подполях и автоморфизмах.			1					
16. Построение полей порядков 4,8, 16 и квазиполей порядка 9 с помощью таблиц Кэли.			1					
17. Нетеровы кольца. Теорема Гильберта о базисе кольца $K[X]$ многочленов от $n$ переменных $(x_1, \dots, x_n)$ над нетеровым кольцом $K$ .			1					

18. Кольцо $K[X]$ над алгебраически замкнутым полем $K$ , аффинное пространство $K^n$ и его аффинные многообразия. Топология Зарисского на аффинном пространстве $K^n$ .			1					
19. Модуль $\Pi$ .							18	
Всего	19		19				34	

## **4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **4.1 Печатные и электронные издания:**

1. Каргаполов М. И., Мерзляков Ю. И. Основы теории групп: учебное пособие(Санкт-Петербург: Лань).
2. Курош А. Г. Лекции по общей алгебре: учебник(Москва: Лань).
3. Бурбаки Н., Манин Ю. И. Алгебра. Модули, кольца, формы: перевод с французского(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
4. Ленг С., Кострикин А. И. Алгебра: перевод с английского(Москва: Мир).
5. Мальцев А. И. Алгебраические системы: монография(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
6. Кострикин А. И. Введение в алгебру: Ч. 1. Основы алгебры: учебник для студентов университетов по специальности "Математика" и "Прикладная математика"(Москва: Физматлит).
7. Кострикин А. И. Введение в алгебру: Ч. 3. Основные структуры: учебник для университетов по специальностям "Математика" и "Прикладная математика"(Москва: Физматлит).
8. Биркгоф Г., Барти Т. С. Современная прикладная алгебра: перевод с английского(Москва: Мир).
9. Глухов М.М., Елизаров В.П., Нечаев А.А. Алгебра: Т. 1: Учебник для вузов: В 2-х т.(Москва: Гелиос АРВ).
10. Глухов М.М., Елизаров В.П., Нечаев А.А. Алгебра: Т. 2: Учебник для вузов: В 2-х т.(Москва: Гелиос АРВ).
11. Бурбаки Н., Говоров В. Е., Манин Ю. И., Михалев А. В., Шмелькин А. Л., Манин Ю. И. Алгебра. Многочлены и поля. Упорядоченные группы: пер. с фр.(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
12. Курош А. Г. Лекции по общей алгебре: учебник(Санкт-Петербург: Лань).
13. Ван дер Варден Б. П. Алгебра(Санкт-Петербург: Лань).

### **4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Методика проведения занятий допускает использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), обеспеченных соответствующим программным обеспечением, для самостоятельной работы студентов допускается применение вычислительной техники и стандартных пакетов прикладных программ (Maple, MathCad, MathLab и др.).
2. Пакет Microsoft Office, ОС Windows XP/7/8/10, браузер Google Chrome/Opera/Mozilla Firefox,
3. информационные справочные системы: google.com, yandex.ru и т.д.

### **4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Не являются необходимыми, используются по желанию студента, например:
2. Информационно-образовательный портал <http://www.faito.ru/>
3. Математический портал <http://allmath.ru/>
4. E-Library <http://www.e-library.ru/defaultx.asp>
5. «Образование в Рунете» <http://ict.edu.ru/konkurs>

### **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

### **6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Методика проведения занятий допускает как использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), так и классические аудиторные занятия, обеспечиваемые стандартными материально-техническими средствами.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.